

$$\frac{r}{R} \frac{d^2}{dr^2} (rR) + \frac{2mr^2}{\hbar^2} (E - V(r)) =$$

$$= -\frac{1}{\sin\theta} \frac{d}{d\theta} \left(\sin\theta \frac{d\Theta}{d\theta} \right) + \frac{m_e^2}{\hbar^2 \sin^2\theta} \Theta \quad (2)$$

Ľavá strana (1. riadok) je funkcia r
 prava strana (2. riadok) je funkcia θ .

Obe musia byť rovné konstante.

Označím ju $l(l+1)$

Dva odčlady

len ak $l=0$ alebo $l>0$ a súčasne $l \geq m_l$ sú riadkami rovnice (2) pre funkciu $\Theta(\theta)$ fyzikálne akceptovateľné t.j. normovateľné. Funkcia $\Theta_{lm}(\theta)$ je polynóm podľa $\cos\theta$ - **Legendrov polynóm**

Posadením za $\Theta(\theta)$ do rovnice (2) prejde táto do tvaru

$$\frac{d^2}{dr^2} (rR) = -\frac{2m}{\hbar^2} \left[E - V(r) - \frac{\hbar^2 l(l+1)}{2mr^2} \right] R$$

Riešenie závisí od tvaru $V(r)$

Ak (a len vtedy ak) $V(r) \sim 1/r$

$$V(r) = -\frac{ze^2}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{r}$$

\Rightarrow vlastné hodnoty energie sú

$$E_n = -\frac{E_0 z^2}{n^2}$$

prípad $E_0 = \frac{m e^4}{32\pi^2 \epsilon_0^2 \hbar^2}$

Pre \neq iné potenciály vrátane slabých záucia na n a l
 n -celé a väčšie ako $l+1$; $n \geq l+1$

Podmienka na n celočíslovú plynie z potia-
 dajúť že $l+1 \rightarrow \infty$ pre $r \rightarrow \infty$